



НАЦІОНАЛЬНИЙ СТАНДАРТ УКРАЇНИ

Подавання результатів випробування статистичне

ОЦІНЮВАННЯ СЕРЕДНЬОГО ЗНАЧЕННЯ

Довірчий інтервал
(ISO 2602:1980, IDT)

ДСТУ ISO 2602:2006

Видання офіційне

БЗ № 3 – 2006/228

Київ
ДЕРЖСПОЖИВСТАНДАРТ УКРАЇНИ
2009

ПЕРЕДМОВА

1 ВНЕСЕНО: Національний науковий центр «Інститут метрології» Держспоживстандарту України (ННЦ «Інститут метрології»)

ПЕРЕКЛАД І НАУКОВО-ТЕХНІЧНЕ РЕДАГУВАННЯ: **О. Малецька** (науковий керівник); **Л. Бондаренко**

2 НАДАНО ЧИННОСТІ: наказ Держспоживстандарту України від 29 червня 2006 р. № 180 з 2007–10–01

3 Національний стандарт відповідає ISO 2602:1980 Statistical interpretation of test results — Estimation of the mean — Confidence interval (Подавання результатів випробування статистичне. Оцінювання середнього значення. Довірчий інтервал)

Ступінь відповідності — ідентичний (IDT)

Переклад з англійської (en)

4 УВЕДЕНО ВПЕРШЕ

Право власності на цей документ належить державі.
Відтворювати, тиражувати і розповсюджувати його повністю чи частково
на будь-яких носіях інформації без офіційного дозволу заборонено.
Стосовно врегулювання прав власності треба звертатися до Держспоживстандарту України

Держспоживстандарт України, 2009

ЗМІСТ

	С.
Національний вступ	IV
Вступ до ISO 2602:1980	IV
1 Сфера застосування	1
2 Загальні положення	1
3 Нормативні посилання	2
4 Терміни та визначення понять, позначки	2
5 Оцінювання середнього значення	2
5.1 Випадок неугрупованих результатів	2
5.2 Випадок угрупованих результатів	2
6 Довірчий інтервал для середнього значення	2
6.1 Оцінювання стандартного відхилення	2
6.1.1 Випадок неугрупованих результатів	2
6.1.2 Випадок угрупованих результатів	3
6.2 Довірчий інтервал для середнього значення	3
6.2.1 Двобічний довірчий інтервал	3
6.2.2 Однобічний довірчий інтервал	3
7 Подавання результатів	5
Додаток А Довірчий рівень для середнього значення ранжированої вибірки	6

НАЦІОНАЛЬНИЙ ВСТУП

Цей стандарт є тотожний переклад ISO 2602:1980 Statistical interpretation of test results — Estimation of the mean — Confidence interval (Подання результатів випробування статистичне. Оцінювання середнього значення. Довірчий інтервал).

Цей стандарт стосується оцінювання середнього значення нормальної сукупності на основі серії випробувань у випадку, коли дисперсія сукупності невідома; обчислення довірчого інтервалу, який містить із заданою ймовірністю середнє сукупності результатів вимірювання.

Міжнародний стандарт ISO 2602:1980 було підготовлено Технічним комітетом ISO/TC 69 «Застосування статистичних методів».

Технічний комітет, відповідальний за цей стандарт, — ТК 63 «Загальні норми і правила державної системи забезпечення єдності вимірювань».

До стандарту внесено такі редакційні зміни:

- додано структурний елемент «Зміст»;
 - слова «міжнародний стандарт» замінено на «цей стандарт»;
 - структурні елементи стандарту: «Титульний аркуш», «Передмову», «Зміст», «Національний вступ», «Терміни та визначення понять» і «Бібліографічні дані» — оформлено згідно з вимогами національної стандартизації України;
 - у розділі «Нормативні посилання» наведено «Національне пояснення», виділене рамкою;
 - до «Національного вступу» з «Передмови» міжнародного стандарту ISO 2602:1980 взято те, що безпосередньо стосується цього стандарту;
 - виправлено помилку оригіналу: в останній колонці таблиці 1 число 0,658 замінено на 0,458.
- Копії документів, на які є посилання в цьому стандарті, можна отримати в Головному фонді нормативних документів.

ВСТУП ДО ISO 2602:1980

Цей стандарт застосовний тільки для оцінювання середнього значення нормальної сукупності на основі серії випробувань і до ознак випадкової вибірки, взятої з цієї сукупності, у випадку, коли дисперсія сукупності невідома. Цей стандарт не застосовують у разі обчислення інтервалу, що містить принаймні частину сукупності з фіксованою ймовірністю (статистично припустимі межі).

Стандарт ISO 2854 пов'язаний з такими проблемами (охоплюючи питання, розглянуті в цьому стандарті):

- оцінювання середнього і різниці між двома середніми (дисперсія відома або невідома);
- порівняння середнього з одержаним значенням або двох середніх між собою (дисперсія відома або невідома, але однакова);
- оцінювання дисперсії і відношення двох дисперсій;
- порівняння дисперсії з одержаним значенням або двох дисперсій між собою.

Взагалі методи випробовування забезпечуються окремими вимірюваннями, які проводять:

- на тому самому об'єкті (де випробовування не носять руйнівного характеру);
- у різних порціях однорідного продукту (наприклад, рідина);
- на різних об'єктах, зразки яких вибрано із сукупності з визначеною мірою мінливості.

У перших двох випадках відхил серед одержаних результатів залежить лише від збіжності методу. У третьому випадку відхил залежить також від мінливості самого об'єкта.

Статистичне оброблення результатів уможливорює обчислення інтервалу, який містить із заданою ймовірністю середнє сукупності результатів, отриманих із великої кількості спостережень, проведених за тих самих умов. У цьому стандарті передбачається, що ознаки мінливого об'єкта, над яким проводять спостереження, складають випадкову незалежну вибірку із генеральної сукупності.

Інтервал, обчислений за таких умов, називається довірчим інтервалом для середнього. Пов'язаний з ним довірчий рівень (або довірчий коефіцієнт) — це ймовірність, зазвичай виражена у відсотках, з якою інтервал містить середнє сукупності. У цьому стандарті приймають лише рівень 95 % і 99 %.

НАЦІОНАЛЬНИЙ СТАНДАРТ УКРАЇНИ

ПОДАВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИПРОБУВАННЯ СТАТИСТИЧНЕ
ОЦІНЮВАННЯ СЕРЕДНЬОГО ЗНАЧЕННЯ

Довірчий інтервал

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ СТАТИСТИЧЕСКОЕ
ОЦЕНИВАНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ

Доверительный интервал

STATISTICAL INTERPRETATION OF TEST RESULTS

ESTIMATION OF THE MEAN
Confidence interval

Чинний від 2007–10–01

1 СФЕРА ЗАСТОСУВАННЯ

Цей стандарт установлює правила статистичного оброблення результатів випробування, необхідні для обчислювання довірчого інтервалу для середнього сукупності.

2 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Результати випробування виражають вимірюваннями кількісної оцінки. Стандарт не поширюється на випробування якісної оцінки (наприклад, є чи немає відповідного означення, кількість несправностей тощо).

Розподіл імовірності, взятий як математична модель для генеральної сукупності, є нормальним розподілом, параметри якого (середні m і стандартні відхили σ) невідомі.

У багатьох випадках задовольняється припущення стосовно нормального закону розподілу: розподіл результатів, одержаних під час випробування, як правило, нормальний чи близький до нормального.

Однак доцільно перевірити законність припущення щодо нормальності за допомогою відповідних критеріїв узгодження¹⁾.

Обчислення може бути спрощено за допомогою зміни початку відліку чи одиниці вимірювання результатів випробування, але округляти результати ризиковано.

Неприпустимо відкидати або виправляти будь-який сумнівний результат спостереження без обґрунтування, базованого на експериментальних, технічних чи інших чітко установлених причинах.

Сам метод випробування може вносити систематичні похибки, визначення яких не розглядають у цьому стандарті.

Необхідно зауважити, що наявність таких похибок може призвести до неможливості застосування такого методу. Зокрема, збільшення об'єму вибірки n не впливає на невраховану систематичну похибку. Методи, застосовувані в ISO 2854, у деяких випадках можуть бути корисні для визначання систематичних похибок.

¹⁾ Цей розділ на стадії розглядання.

3 НОРМАТИВНІ ПОСИЛАННЯ

У цьому стандарті є посилання на такі нормативні документи:

ISO 2854 Statistical treatment of data — Problems of estimation and tests of means and variances

ISO 3534 Statistics — Vocabulary and symbols.

НАЦІОНАЛЬНЕ ПОЯСНЕННЯ

ISO 2854 Статистичне оброблення даних. Питання оцінювання та випробовування середніх значень і дисперсій

ISO 3534 Статистика. Словник термінів і позначки.

4 ТЕРМІНИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ПОНЯТЬ, ПОЗНАКИ

Словник та позначки, застосовні в цьому стандарті, відповідають ISO 3534.

5 ОЦІНЮВАННЯ СЕРЕДНЬОГО ЗНАЧЕННЯ

5.1 Випадок неугрупованих результатів

Після відкидання будь-яких сумнівних результатів ряд охоплює n вимірів x_i (де $i = 1, 2, 3, \dots, n$), деякі з них можуть мати однакові значення.

Середнє значення m нормального розподілу оцінюють як арифметичне середнє значення $\bar{x}$ із n результатів спостереження:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

5.2 Випадок угрупованих результатів

Якщо кількість результатів спостереження досить велика (наприклад, більше ніж 50), то зручно об'єднувати їх у групи з однаковою кількістю спостережень. У деяких випадках одержують безпосередньо згруповані результати.

Частоту i -ої групи, тобто кількість результатів спостереження в групі i , позначають n_i .

Позначаючи кількість груп k , маємо:

$$n = \sum_{i=1}^k n_i.$$

Середнє значення групи i позначають y_i . Середнє значення m оцінюють як зважене середнє значення всіх середніх значень груп:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i y_i.$$

6 ДОВІРЧИЙ ІНТЕРВАЛ ДЛЯ СЕРЕДНЬОГО ЗНАЧЕННЯ

Довірчий інтервал для середнього значення сукупності обчислюють за оцінками середнього і стандартного відхилу.

Альтернативний метод обчислювання довірчого інтервалу ранжированої вибірки наведено в додатку.

6.1 Оцінювання стандартного відхилу

6.1.1 Випадок неугрупованих результатів

Стандартний відхил σ , визначений як квадрати відхилів від арифметичного середнього, обчислюють за формулою:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

де x_i — значення i -го вимірювання ($i = 1, 2, 3, \dots, n$);
 n — загальна кількість вимірів;
 $\bar{x}$ — середнє арифметичне значення із n вимірів, обчислене як в 5.1.
 Для спрощення рекомендують виконувати обчислювання за формулою:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]}.$$

6.1.2 Випадок угрупованих результатів

Формулу, за якою оцінюють стандартний відхил у випадку угрупованих результатів, записують:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (y_i - \bar{y})^2}.$$

Для спрощення рекомендують виконувати обчислювання за формулою:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^k n_i y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^k n_i y_i \right)^2 \right]},$$

де y_i — середня точка i -ої групи;
 k — кількість груп;
 n — загальна кількість вимірів;
 $\bar{y}$ — середнє зважене значення всіх середніх значень груп, обчислене як у 5.2.
 У випадку згрупованих результатів обчислене значення s коригують (поправка Шеппарда). Оскільки ця поправка — другорядної ваги, то його в цьому стандарті не розглядають.

6.2 Довірчий інтервал для середнього значення

Для вибраного відповідно до конкретного випадку довірчого рівня (95 % або 99 %) визначають одинічний або двобічний довірчий інтервал.

6.2.1 Двобічний довірчий інтервал

Двобічний довірчий інтервал для середнього значення із сукупності значень визначають за подвійною нерівністю:

а) для довірчого рівня 95 %:

$$\bar{x} - \frac{t_{0,975}}{\sqrt{n}} s < m < \bar{x} + \frac{t_{0,975}}{\sqrt{n}} s,$$

б) для довірчого рівня 99 %:

$$\bar{x} - \frac{t_{0,995}}{\sqrt{n}} s < m < \bar{x} + \frac{t_{0,995}}{\sqrt{n}} s.$$

6.2.2 Однобічний довірчий інтервал

Однобічний довірчий інтервал для середнього значення із сукупності значень визначають за однією з таких нерівностей:

а) для довірчого рівня 95 %:

$$m < \bar{x} + \frac{t_{0,95}}{\sqrt{n}} s,$$

або

$$m > \bar{x} - \frac{t_{0,95}}{\sqrt{n}} s,$$

б) для довірчого рівня 99 %:

$$m < \bar{x} + \frac{t_{0,99}}{\sqrt{n}} s,$$

або

$$m > \bar{x} - \frac{t_{0,99}}{\sqrt{n}} s,$$

де $\bar{x}$, за необхідності, замінюють на $\bar{y}$ у випадку згрупованих результатів.

Значення $t_{0,975}$, $t_{0,995}$, $t_{0,95}$, $t_{0,99}$ — це величина розподілу Стюдента з $\nu = n - 1$ ступенів вільності.

Ці значення наведено в таблиці 1.

У цій таблиці також наведено значення дробів:

$$\frac{t_{0,975}}{\sqrt{n}}, \frac{t_{0,995}}{\sqrt{n}}, \frac{t_{0,95}}{\sqrt{n}}, \frac{t_{0,99}}{\sqrt{n}}.$$

Для значень n більших ніж 60 краще обчислювати значення t лінійною інтерполяцією від $\frac{120}{n}$, застосовуючи таблицю 2.

Приклад

$n = 250$;

$$\frac{120}{n} = 0,48;$$

$$t_{0,995} = 2,576 + 0,48 \cdot (2,617 - 2,576) = 2,596.$$

Таблиця 1 — Значення $t_{1-\alpha}$ і дробу $\frac{t_{1-\alpha}}{\sqrt{n}}$

	Довірчий рівень Двобічний випадок		Довірчий рівень Однобічний випадок			Довірчий рівень Двобічний випадок		Довірчий рівень Однобічний випадок	
	95 %	99 %	95 %	99 %		95 %	99 %	95 %	99 %
n	$t_{0,975}$	$t_{0,995}$	$t_{0,95}$	$t_{0,99}$	n	$t_{0,975}$	$t_{0,995}$	$t_{0,95}$	$t_{0,99}$
2	12,71	63,66	6,314	31,82	18	2,110	2,898	1,740	2,567
3	4,303	9,925	2,920	6,965	19	2,101	2,878	1,734	2,552
4	3,182	5,841	2,353	4,541	20	2,093	2,861	1,729	2,539
5	2,776	4,604	2,132	3,747	21	2,086	2,845	1,725	2,528
6	2,571	4,032	2,015	3,365	22	2,080	2,831	1,721	2,518
7	2,447	3,707	1,943	3,143	23	2,074	2,819	1,717	2,508
8	2,365	3,499	1,895	2,998	24	2,069	2,807	1,714	2,500
9	2,306	3,355	1,860	2,896	25	2,064	2,797	1,711	2,492
10	2,262	3,250	1,833	2,821	26	2,060	2,787	1,708	2,485
11	2,228	3,169	1,812	2,764	27	2,056	2,779	1,706	2,479
12	2,201	3,106	1,796	2,718	28	2,052	2,771	1,703	2,473
13	2,179	3,055	1,782	2,681	29	2,048	2,763	1,701	2,467
14	2,160	3,012	1,771	2,650	30	2,045	2,756	1,699	2,462
15	2,145	2,977	1,761	2,624	40	2,024	2,707	1,682	2,430
16	2,131	2,947	1,753	2,602	50	2,008	2,680	1,676	2,404
17	2,120	2,921	1,746	2,583	60	2,000	2,664	1,673	2,393

Продовження таблиці 1

	Довірчий рівень Двобічний випадок		Довірчий рівень Однобічний випадок			Довірчий рівень Двобічний випадок		Довірчий рівень Однобічний випадок	
	95 %	99 %	95 %	99 %		95 %	99 %	95 %	99 %
n	$\frac{t_{0,975}}{\sqrt{n}}$	$\frac{t_{0,995}}{\sqrt{n}}$	$\frac{t_{0,95}}{\sqrt{n}}$	$\frac{t_{0,99}}{\sqrt{n}}$	n	$\frac{t_{0,975}}{\sqrt{n}}$	$\frac{t_{0,995}}{\sqrt{n}}$	$\frac{t_{0,95}}{\sqrt{n}}$	$\frac{t_{0,99}}{\sqrt{n}}$
2	8,985	45,013	4,465	22,501	18	0,497	0,683	0,410	0,605
3	2,484	5,730	1,686	4,021	19	0,482	0,660	0,398	0,586
4	1,591	2,920	1,177	2,270	20	0,468	0,640	0,387	0,568
5	1,242	2,059	0,953	1,676	21	0,455	0,621	0,376	0,552
6	1,049	1,646	0,823	1,374	22	0,443	0,604	0,367	0,537
7	0,925	1,401	0,734	1,188	23	0,432	0,588	0,358	0,523
8	0,836	1,237	0,670	1,060	24	0,422	0,573	0,350	0,510
9	0,769	1,118	0,620	0,966	25	0,413	0,559	0,342	0,498
10	0,715	1,028	0,580	0,892	26	0,404	0,547	0,335	0,487
11	0,672	0,956	0,546	0,833	27	0,396	0,535	0,328	0,477
12	0,635	0,897	0,518	0,785	28	0,388	0,524	0,322	0,467
13	0,604	0,847	0,494	0,744	29	0,380	0,513	0,316	0,458
14	0,577	0,805	0,473	0,708	30	0,373	0,503	0,310	0,449
15	0,554	0,769	0,455	0,668	40	0,320	0,428	0,266	0,384
16	0,533	0,737	0,438	0,651	50	0,284	0,379	0,237	0,340
17	0,514	0,708	0,423	0,627	60	0,258	0,344	0,216	0,309

Таблиця 2

n	$\frac{120}{n}$	$t_{0,975}$	$t_{0,995}$	$t_{0,95}$	$t_{0,99}$
60	2	2,000	2,664	1,673	2,393
120	1	1,980	2,617	1,658	2,358
∞	0	1,960	2,576	1,645	2,326

7 ПОДАВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

7.1 Подають вираз середнього значення відповідно до 5.1 або 5.2.

7.2 Виражають довірчий інтервал у формі подвійної нерівності відповідно до 6.2.1 або за однією із нерівностей 6.2.2, установлюючи довірчий рівень (95 % або 99 %). Зазначають кількість результатів, відкинутих як сумнівних, і з яких причин.

ДОДАТОК А
(довідковий)

**ДОВІРЧИЙ РІВЕНЬ ДЛЯ СЕРЕДНЬОГО ЗНАЧЕННЯ
РАНЖИРОВАНОЇ ВИБІРКИ**

Якщо результати вимірювань розташовані в порядку зростання так, що $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, тоді $w = x_n - x_1$ визначають як обсяг вибірки. Якщо вважають, що сукупність розподілена за нормальним законом, довірчий рівень для середнього значення із сукупності значень визначають із ранжированої вибірки з кількістю вимірів, скажімо, 12 і менше. Практична перевага такого обчислювання полягає в тому, що воно простіше, а недоліком є те, що довірчий інтервал зазвичай ширший і більш чутливий до відхилів результатів спостереження від нормального закону.

Двобічний довірчий інтервал

Двобічний довірчий інтервал для середнього сукупності визначають за подвійною нерівністю:

а) для довірчого рівня 95 %:

$$\bar{x} - q_{0,975} w < m < \bar{x} + q_{0,975} w,$$

б) для довірчого рівня 99 %:

$$\bar{x} - q_{0,995} w < m < \bar{x} + q_{0,995} w.$$

Однобічний довірчий інтервал

Однобічний довірчий інтервал для середнього сукупності визначають за однією з таких нерівностей:

а) для довірчого рівня 95 %:

$$m < \bar{x} + q_{0,95} w,$$

або

$$m > \bar{x} - q_{0,95} w,$$

б) для довірчого рівня 99 %:

$$m < \bar{x} + q_{0,99} w,$$

або

$$m > \bar{x} - q_{0,99} w.$$

Коефіцієнти $q_{0,975}$, $q_{0,995}$, $q_{0,95}$, $q_{0,99}$ наведено в таблиці 3.

Таблиця 3

	Довірчий рівень Двобічний випадок	Довірчий рівень Однобічний випадок	Довірчий рівень Двобічний випадок	Довірчий рівень Однобічний випадок
	95 %	99 %	95 %	99 %
n	$q_{0,975}$	$q_{0,995}$	$q_{0,95}$	$q_{0,99}$
2	6,353	31,828	3,157	15,910
3	1,304	3,008	0,885	2,111
4	0,717	1,316	0,529	1,023
5	0,507	0,843	0,388	0,685
6	0,399	0,628	0,312	0,523
7	0,333	0,507	0,263	0,429
8	0,288	0,429	0,230	0,366
9	0,255	0,374	0,205	0,322
10	0,230	0,333	0,186	0,288
11	0,210	0,302	0,170	0,262
12	0,194	0,277	0,158	0,241

Код УКНД 03.120.30

Ключові слова: нормальна сукупність, оцінювання середнього значення, стандартний відхил, довірчий інтервал, довірчий рівень, ранжирована вибірка.

Редактор **М. Клименко**
Технічний редактор **О. Марченко**
Коректор **Т. Нагорна**
Верстальник **С. Павленко**

Підписано до друку 15.05.2009. Формат 60 × 84 1/8.
Ум. друк. арк. 0,93. Зам. Ціна договірна.

Виконавець
Державне підприємство «Український науково-дослідний і навчальний центр
проблем стандартизації, сертифікації та якості» (ДП «УкрНДНЦ»)
вул. Святошинська, 2, м. Київ, 03115
Свідоцтво про внесення видавця видавничої продукції до Державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції від 14.01.2006 р., серія ДК, № 1647